٤

✵

٢

ن A د م

إدارة الامتحانات والاختبارات

قســم الامتحانات العامّة

# امتحان شهادة الدراسة الثانوية العامة لعام ٢٠٢٣

(وثيقة محمية/محدود)

المبحـث: الرياضيات (الورقة الثانية، ف٢) رقم المبحث: 212 مدة الامتحـان: ٢ س : ٣٠ د

الفـــرع: العلمي + الصناعي جامعات رقم النموذج: (١) اليوم والتاريخ: الخميس ٢٠٢٣/٠٧/١٣

اسم الطالب: رقــم الجلوس:

ملحوظة مهمّة: أجب عن الأسئلة الآتية جميعها وعددها (5) بحيث تكون إجابتك عن السؤال الأول على نموذج الإجابة (ورقة القارئ الضوئي)، وتكون إجابتك عن باقي الأسئلة على دفتر الإجابة، علمًا أنّ عدد صفحات الامتحان (8).

السـؤال الأول: (100 علامة)

اختر رمز الإجابة الصحيحة في كل فقرة ممّا يأتي، ثمّ ظلّل بشكل غامق الدائرة التي تشير إلى رمز الإجابة في نموذج الإجابة (ورقة القارئ الضوئي) فهو النموذج المعتمد (فقط) لاحتساب علامتك في هذا السؤال، علمًا أنّ عدد فقراته (25)، وانتبه عند تظليل إجابتك أنّ رمز الإجابة (a) على ورقة الأسئلة يقابله (أ) على ورقة القارئ الضوئي، و(b) يقابله (ب)، و(c) يقابله (ج)، و(d) يقابله (د).

1) قيمة: $\int_0^1 (2^e)^x \, dx$ هي:

a) $\frac{2^e}{e\ln 2}$

b) $\frac{2^e-1}{\ln 2}$

c) $\frac{2^e-1}{e\ln 2}$

d) $\frac{1}{e\ln 2}$

2) ناتج: $\int \left(\frac{1}{\sin^2(3x)} + \pi\right) dx$ هو:

a) $-\frac{1}{3}\cot(3x) + \pi x + C$

b) $\frac{1}{3}\cot(3x) + \pi + C$

c) $-\frac{1}{3}\tan(3x) + \pi x + C$

d) $\frac{1}{3}\tan(3x) + \pi + C$

3) ناتج: $\int \cot(-x) \, dx$ هو:

a) $\ln|\csc x \cot x| + C$

b) $-\ln|\csc x \cot x| + C$

c) $\ln|\csc x| + C$

d) $-\ln|\csc x| + C$

يتبع الصفحة الثانية ....

4) قيمة: $\int_3^4 |4-2x|\, dx$ هي:

a) $-3$

b) $3$

c) $-2$

d) $2$

5) إذا كان: $f'(x) = \frac{3x^3+1}{x}$ ، وكان: $f(1) = 6$ ، فإنّ قاعدة الاقتران $f$ هي:

a) $f(x) = 3x^2 + \ln|x| + 5$

b) $f(x) = x^3 + \ln|x| + 5$

c) $f(x) = x^3 + \ln|x| - 5$

d) $f(x) = x^3 - \ln|x| + 5$

6) يتحرك جُسيم في مسار مستقيم، وتُعطى سرعته المتجهة بالاقتران: $v(t) = \frac{-3t}{t^2+2}$ ، حيث $t$ الزمن بالثواني، و $v$ سرعته المتجهة بالمتر لكل ثانية. إزاحة الجُسيم بالأمتار في الفترة $[0,4]$ تساوي:

a) $-\frac{3}{2}\ln 3$

b) $-\frac{3}{2}\ln 9$

c) $\frac{3}{2}\ln 3$

d) $\frac{3}{2}\ln 9$

7) ناتج: $\int \frac{(\ln x)^4}{x}\, dx$ هو:

a) $\frac{1}{6}\ln x^6 + C$

b) $\frac{1}{5}\ln x^5 + C$

c) $\frac{1}{6}(\ln x)^6 + C$

d) $\frac{1}{5}(\ln x)^5 + C$

8) ناتج: $\int \sin^3 x\, dx$ هو:

a) $\cos x - \frac{1}{3}\cos^3 x + C$

b) $\frac{1}{3}\sin^3 x - \sin x + C$

c) $\frac{1}{3}\cos^3 x - \cos x + C$

d) $\sin x - \frac{1}{3}\sin^3 x + C$

يتبع الصفحة الثالثة ....

9) ناتج: $\int 6x \ln x \, dx$ هو:

a) $3x^2 \ln x - \frac{3}{2}x^2 + C$

b) $3x \ln x - \frac{3}{2}x^2 + C$

c) $3x^2 \ln x + \frac{3}{2}x^2 + C$

d) $3x \ln x + \frac{3}{2}x^2 + C$

10) ناتج: $\int 5x \cos(5x) \, dx$ هو:

a) $x\cos(5x) + \frac{1}{5}\sin(5x) + C$

b) $x\sin(5x) + \frac{1}{5}\cos(5x) + C$

c) $x\cos(5x) - \frac{1}{5}\sin(5x) + C$

d) $x\sin(5x) - \frac{1}{5}\cos(5x) + C$

11) قيمة: $\int_0^1 x4^x \, dx$ هي:

a) $\frac{4\ln 4 - 4}{(\ln 4)^2}$

b) $\frac{4\ln 4 + 4}{(\ln 4)^2}$

c) $\frac{4\ln 4 + 3}{(\ln 4)^2}$

d) $\frac{4\ln 4 - 3}{(\ln 4)^2}$

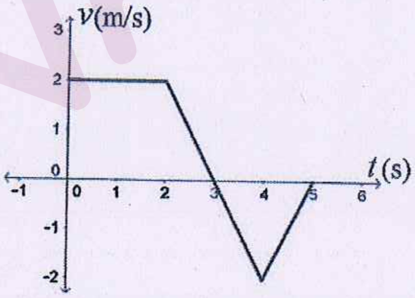
12) يُبيّن الشكل الآتي منحنى السرعة المتجهة – الزمن لجُسيم يتحرك على المحور $x$ في الفترة الزمنية $[0, 5]$ .
إذا بدأ الجُسيم حركته من $x = 3$ عندما $t = 0$ ، فإنّ الموقع النهائي للجُسيم هو:

a) 10 m

b) 5 m

c) 7 m

d) 6 m




13) الحل الخاص للمعادلة التفاضلية: $dy = \sec x \tan x \, dx$ ، الذي يحقق النقطة $(\pi, -4)$ هو:

a) $y = \sec x + 3$

b) $y = \sec x - 3$

c) $y = \tan^2 x + 5$

d) $y = \tan^2 x - 5$

يتبع الصفحة الرابعة ....

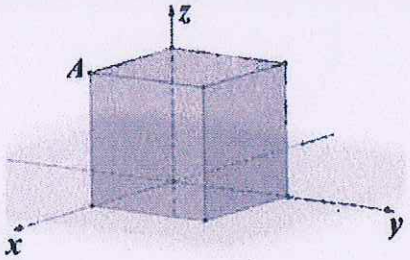
14) اعتمادًا على الشكل الآتي الذي يمثّل مكعبًا طول ضلعه 8 cm ، فإنّ إحداثيات النقطة $A$ هي:

a) $(0,8,8)$

b) $(0,8,0)$

c) $(8,0,8)$

d) $(8,8,0)$




15) إذا كانت: $A(3,a,2)$ و $B(-5,2,a+b)$ ، وكانت إحداثيات نقطة منتصف $\overline{AB}$ هي $(-1,-1,-3)$، فإنّ قيمة الثابت $b$ هي:

a) $-2$

b) $2$

c) $-4$

d) $4$

16) إذا كان: $\vec{\mathbf{v}} = \langle 1,3,1 \rangle$ ، $\vec{\mathbf{u}} = \langle 3,-5,-2 \rangle,$ فإنّ: $2\vec{\mathbf{u}} - \vec{\mathbf{v}}$ هو:

a) $\langle 7,-13,-5 \rangle$

b) $\langle -5,13,5 \rangle$

c) $\langle 7,-13,5 \rangle$

d) $\langle 5,-13,-5 \rangle$

17) إذا كان متجه الموقع للنقطة $P$ هو $\langle 6,5,7 \rangle$ ، وكان متجه الموقع للنقطة $Q$ هو $\langle 3,-1,1 \rangle$ ،
فإنّ متجه الموقع للنقطة $F$ التي تقع على $\overline{PQ}$ ، حيث: $\overrightarrow{PF} = \frac{2}{3}\overrightarrow{PQ}$ هو:

a) $\langle 4,1,3 \rangle$

b) $\langle -3,-6,-6 \rangle$

c) $\langle 4,9,11 \rangle$

d) $\langle -2,-4,-4 \rangle$

18) إذا كانت النقطة $(1,2a,-1)$ تقع على مستقيم له معادلة متجهة هي:
$\vec{\mathbf{r}} = \langle -2,9,1 \rangle + t\langle 3,-1,-2 \rangle$ ، فإنّ قيمة الثابت $a$ هي:

a) $-4$

b) $4$

c) $-8$

d) $8$

يتبع الصفحة الخامسة ....

19) إذا كان: $\vec{\mathbf{u}} = \langle 13, -3, 6 \rangle$ ، $\vec{\mathbf{v}} = \langle 3c, 2, -12 \rangle$ متعامدين، فإنّ قيمة الثابت $c$ هي:

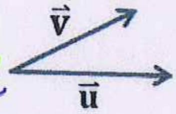
a) 2

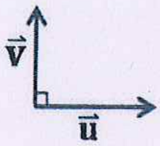
b) $-2$

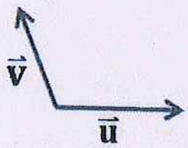
c) $\frac{13}{3}$

d) $\frac{32}{3}$

20) إذا كان: $\vec{\mathbf{v}}, \vec{\mathbf{u}}$ متجهين غير صفريين، فأيّ الأشكال الآتية يكون فيها $0 < \vec{\mathbf{v}} . \vec{\mathbf{u}}$ ؟

a) 


b) 


c) 


d) 


21) إذا كان: $X \sim Geo(0.6)$ ، فإنّ $P(X > 2)$ هو:

a) 0.30

b) 0.36

c) 0.16

d) 0.40

يتبع الصفحة السادسة ....

22) إذا كان احتمال إصابة لاعب للهدف في لُعبة رمي السهام يساوي $\frac{4}{5}$ ، وحاول هذا اللاعب إصابة الهدف في 5 رميات متتالية، فإنّ احتمال إصابته للهدف في 4 من رمياته على الأقل هو:

a) $\left(\frac{4}{5}\right)^5$

b) $\left(\frac{4}{5}\right)^3\left(\frac{1}{5}\right)^2$

c) $\left(\frac{4}{5}\right)^4+\left(\frac{1}{5}\right)^5$

d) $\left(\frac{4}{5}\right)^4+\left(\frac{4}{5}\right)^5$

23) إذا كان: $X \sim B(200,p)$ ، وكان التباين للمتغير العشوائي $X$ يساوي 18 ، فإنّ قيم الثابت $p$ الممكنة هي:

a) $p = 0.1\,,\ p = 0.9$

b) $p = 0.2\,,\ p = 0.8$

c) $p = 0.3\,,\ p = 0.7$

d) $p = 0.4\,,\ p = 0.6$

24) إذا كان $X{\sim}N(8\,,0.04)$ ، فإنّ $P(7.6 < X < 8.2)$ هو:

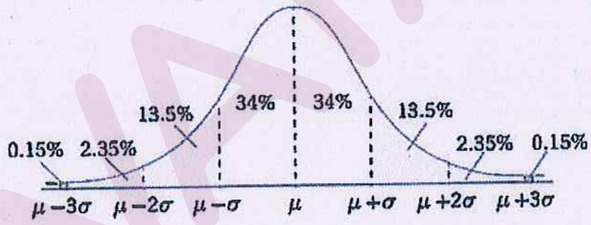
ملحوظة: يمكنك الاستفادة من القاعدة التجريبية.

a) 0.950

b) 0.680

c) 0.815

d) 0.475




25) إذا كان: $X \sim N(7,2^2)$ ، وكان: $P(X > x) = 0.1469$ ، فإنّ قيمة $x$ هي:

a) 5.10

b) 9.10

c) 8.05

d) 10.05

ملحوظة: يمكنك الاستفادة من الجدول الآتي والذي يمثل بعض من قيم جدول التوزيع الطبيعي المعياري.

| $z$ | 0 | 0.5 | 1.05 | 1.5 | 2 |
|---|---|---|---|---|---|
| $P(Z<z)$ | 0.5000 | 0.6915 | 0.8531 | 0.9332 | 0.9772 |

يتبع الصفحة السابعة ....

سامر رشاد محمد حميدي حسام الحسبي



السؤال الثاني :

$\boxed{1}$

$u = 1 + \tan x$

$dx = \dfrac{du}{\sec^2 x}$

$\int \cancel{\sec^2 x} \tan x \cdot \sqrt{u} \cdot \dfrac{du}{\cancel{\sec^2 x}}$

من الفرض

$\tan x = u - 1$

$\int (u-1)\sqrt{u} \cdot du$

$= \int (u^{\frac{3}{2}} - u^{\frac{1}{2}}) \cdot du = \frac{2}{5} u^{\frac{5}{2}} - \frac{2}{3} u^{\frac{3}{2}} + C$

$= \frac{2}{5}(1 + \tan x)^{\frac{5}{2}} - \frac{2}{3}(1 + \tan x)^{\frac{3}{2}} + C$

$\boxed{2}$ $\int \dfrac{A}{x-2} + \dfrac{Bx + C}{x^2 + 2} \, dx$

$A(x^2+2) + (Bx + c)(x-2) = 7x^2 - 16x - 2$

$x = 2 \longrightarrow 6A = -6 \longrightarrow A = -1$

$x = 0 \longrightarrow -2 - 2C = -2 \longrightarrow C = 0$

$x = 3 \longrightarrow -11 + 3B = 13 \longrightarrow 3B = 24 \longrightarrow B = 8$

$= \int \dfrac{-1}{x-2} + \dfrac{8x}{x^2+2} \, dx$

$= -\ln|x-2| + 4\ln|x^2 + 2| + C$

حسام الحسيني سامر رشاد محمد حميدي



b) $x^3 - 3x = x$ نجد نقاط التقاطع

$x^3 - 4x = 0 \longrightarrow x(x^2-4) = 0$

$x = 0 \qquad x = -2 \qquad x = 2$

$$A_1 = \int_{-2}^{0} (x^3 - 3x) - (x) \, dx$$

$$= \int_{-2}^{0} x^3 - 4x \, dx = \frac{x^4}{4} - 2x^2 \Big]_{-2}^{0}$$

$$= (0) - (4 - 8) = \boxed{4}$$

$$A_2 = \int_{0}^{2} (x) - (x^3 - 3x) \, dx$$

$$= 2x^2 - \frac{x^4}{4} \Big]_{0}^{2} = (8-4) - (0)$$

$$= \boxed{4}$$

$$A = A_1 + A_2 = 8$$

محمد حميدي ساهد رشاد حسام العيسى



السؤال الثالث :- (a)

$F(x) = g(x)$

$(x-2)^2 = 2-(x-2)^2 \Rightarrow 2(x-2)^2 = 2$

$(x-2)^2 = 1$

$x-2=1 \qquad\qquad x-2=-1$

$x=3 \qquad\qquad x=1$

$$\Rightarrow V = \int_a^b \pi \left( F^2(x) - g^2(x) \right) . dx$$

$$= \int_1^3 \pi \left( \left(2-(x-2)^2\right)^2 - \left((x-2)^2\right)^2 \right) . dx$$

$$= \int_1^3 \pi \left( \left(2-(x-2)^2 - (x-2)^2\right)\left(2-(x-2)^2 + (x-2)^2\right) \right) . dx$$

$$= \int_1^3 \pi \left( 2-2(x-2)^2 \right)(2) \, . dx$$

$$= 2\pi \left[ 2x - \frac{2(x-2)^3}{3} \Big]_1^3 \right]$$

$$= 2\pi \left[ \left(6 - \frac{2}{3}\right) - \left(2 + \frac{2}{3}\right) \right]$$

$$2\pi \left[ \frac{16}{3} - \frac{8}{3} \right] = 2\pi \cdot \frac{8}{3} = \frac{16\pi}{3}$$

حسام العيسى    محمد حميدي    حسام حرشاد



سؤال ثالث ط :

$$\frac{dy}{dx} = \frac{9x^2-3}{y^2} - y(3x^2-1)$$

$$\frac{dy}{dx} = \frac{3(3x^2-1)}{y^2} - y(3x^2-1)$$

$$\frac{dy}{dx} = (3x^2-1)\left(\frac{3}{y^2} - y\right)$$

$$\frac{dy}{dx} = (3x^2-1)\left(\frac{3-y^3}{y^2}\right)$$

$$-\frac{1}{3}\int \frac{-3y^2}{3-y^3}\,dy = \int (3x^2-1)\,dx$$

$$-\frac{1}{3}\ln|3-y^3| = x^3 - x + C$$

$x=2$   تعويض   C   لايجاد

$y = \sqrt[3]{3}$

هنا خطأ علمي لأن $\ln 0$ غير معرف.

حسام الحسبي

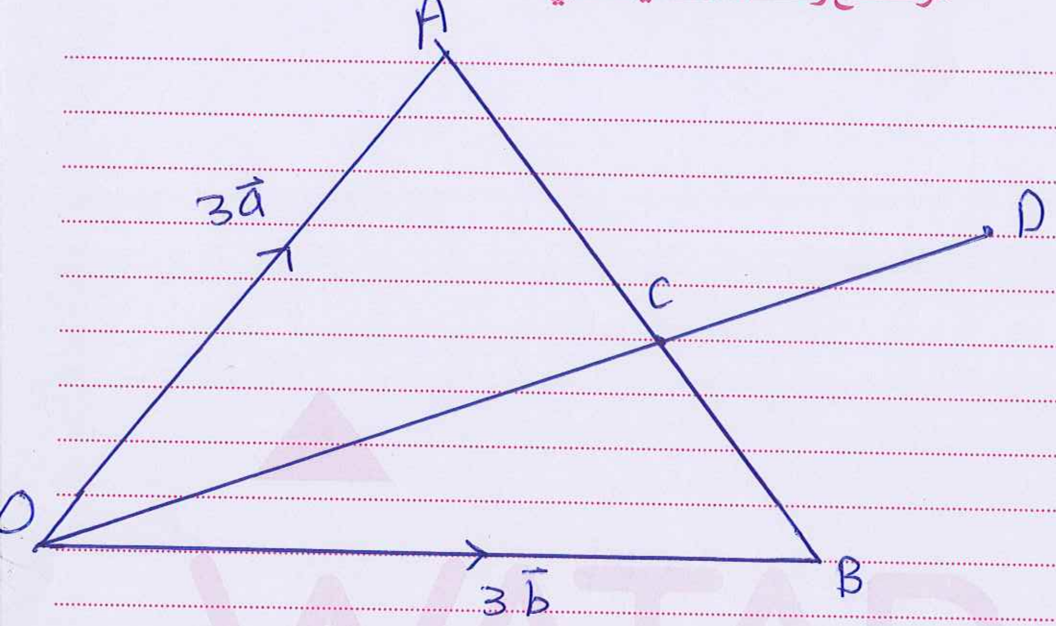
محمد حميدي

مساعد رشاد



السؤال الرابع

(a)




المثلث OAB

$\vec{OA} + \vec{AB} = \vec{OB}$

$3\vec{a} + \vec{AB} = 3\vec{b}$

$\vec{AB} = 3\vec{b} - 3\vec{a}$

$\vec{AB} = \vec{AC} + \vec{CB}$

$3\vec{b} - 3\vec{a} = m\vec{CB} + \vec{CB}$

$3\vec{b} - 3\vec{a} = (m+1)\vec{CB}$

$\vec{CB} = \frac{3}{(m+1)}(\vec{b} - \vec{a})$

المثلث ODB

$\vec{OB} + \vec{BD} = \vec{OD}$

$3\vec{b} + 2\vec{a} + \vec{b} = \vec{OD}$

$\vec{OD} = 2\vec{a} + 4\vec{b}$

المثلث OCB

$\vec{OC} + \vec{CB} = \vec{OB}$

$\vec{OC} + \frac{3}{(m+1)}(\vec{b} - \vec{a}) = 3\vec{b}$

$\vec{OC} = \left(3 - \frac{3}{(m+1)}\right)\vec{b} + \frac{3}{(m+1)}\vec{a}$

O, C, D استقامة واحدة

$\Rightarrow \vec{OC} \parallel \vec{OD}$

$\dfrac{\frac{3}{(m+1)}}{2} = \dfrac{3 - \frac{3}{(m+1)}}{4}$ ضرب تبادلي

$\Rightarrow 18 = 6(m+1)$

$1 + m = 3$

$\boxed{m = 2}$

WATAD.me
موقع وتد التعليمي

السؤال الرابع b :-

$l_1 : \vec{r} = \langle 10, 4, 0 \rangle + t \langle 6, 3, 5 \rangle$

$l_2 : \vec{r} = \langle -2, 2, 5 \rangle + u \langle -9, 3, 0 \rangle$

بما ان $\frac{6}{-9} \neq \frac{3}{3}$

∴ المستقيمين غير متوازيين.

$10 + 6t = -2 - 9u$ -- ①

$4 + 3t = 2 + 3u$ -- ②

$5t = 5$

$t = 1$

نعوض في ① $10 + 6 = -2 - 9u$

$18 = -9u$ $\boxed{u = -2}$

نعوض $u$ , $t$ في 2

$4 + 3(1) \overset{?}{=} 2 + 3(-2)$

$7 \neq -4$

المستقيمين غير متقاطعين

بما ان

المستقيمين غير متوازيين وغير متقاطعين

∴ المستقيمين متخالفين.

السؤال الخامس :

(a)

$\overrightarrow{EB} = \langle 1, -4, -10 \rangle$

$\overrightarrow{ED} = \langle -7, -8, -2 \rangle$

$\overrightarrow{EB} \cdot \overrightarrow{ED} = (-7) + (32) + (20)$

$= 45$

$|\overrightarrow{EB}| = \sqrt{1 + 16 + 100} = \sqrt{117}$

$|\overrightarrow{ED}| = \sqrt{49 + 64 + 4} = \sqrt{117}$

$$\theta = \cos^{-1}\left(\frac{\overrightarrow{EB} \cdot \overrightarrow{ED}}{|\overrightarrow{EB}| \cdot |\overrightarrow{ED}|}\right)$$

$$= \cos^{-1}\left(\frac{45}{\sqrt{117} \cdot \sqrt{117}}\right)$$

$\theta \approx 74,9$

السؤال الخامس (b):

$n = 6$ $\quad p = \frac{3}{8}$

الحوادث مستقلة ومتكررة

$X \sim B\left(6, \frac{3}{8}\right)$

النجاح ⇐ الوقوف عند R

الفشل ⇐ عدم الوقوف عند R

① المطلوب

احتمال النجاح $\frac{3}{8}$

عدد مرات اجراء التجربة 6 مرات.

$P(X=3)$

$P(X=r) = \binom{n}{r} p^r (1-p)^{n-r}$

$P(X=3) = \binom{6}{3} \left(\frac{3}{8}\right)^3 \left(\frac{5}{8}\right)^3$

$= 20 * \frac{27}{512} * \frac{125}{512}$

② المطلوب

$P(X \geq 1)$

$= 1 - P(X<1)$

$= 1 - P(X=0)$

$= 1 - \binom{6}{0} \left(\frac{3}{8}\right)^0 \left(\frac{5}{8}\right)^6$

$= 1 - \left(\frac{5}{8}\right)^6 \ldots$

السؤال الخامس c :-

$X \sim N(5, \sigma^2)$

$P(X > 5.3) = 0.025$

$P(Z > z_1) = 0.025$

$1 - P(Z < z_1) = 0.025$

$P(Z < z_1) = 0.975$

$z_1 = 1.96$

$\frac{5.3 - \mu}{\sigma} = 1.96$

$\frac{5.3 - 5}{\sigma} = 1.96$

$0.3 = 1.96\,\sigma$

$\sigma = 0.153$