

محمد حميدوي
مساعد مدرس
مسؤول لبريد

1) d

2) a

3) b

4) d

5) d

6) c

7) a

8) d

9) c

10) c

11) b

12) c

13) b

14) d

15) b

16) c

17) d

18) b

19) b

20) c

21) d

22) b

23) a

24) a

25) a

بعض التمارين
 على حساب النهايات
 باستخدام قاعدة لوبيتال

أ) سؤال كتابي

$$\text{I)} f(x) = (2x-6)^{\frac{1}{3}} + 4$$

$$f'(x) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x+h) - f(x)}{h}$$

$$f'(3) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(3+h) - f(3)}{h}$$

$$= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{(2(3+h)-6)^{\frac{1}{3}} + 4 - (0+4)}{h}$$

$$= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{(6+2h-6)^{\frac{1}{3}}}{h} = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{(2h)^{\frac{1}{3}}}{h}$$

$$= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{\sqrt[3]{2} \cdot h^{\frac{1}{3}}}{h} = \lim_{h \rightarrow 0} \sqrt[3]{2} \cdot \frac{1}{\sqrt[3]{h^2}}$$

$$= \sqrt[3]{2} \lim_{h \rightarrow 0} \left(\frac{1}{\sqrt[3]{h}} \right)^2$$

$$f'(3) = \infty$$

$$f'(3) = \infty$$

النهاية غير موجودة عند $x=3$

$$\text{B)} f(x) = \cot(\tan^2 \sqrt{2x^3+1})^5$$

$$f'(x) = 5(\cot(\tan^2 \sqrt{2x^3+1}))^4 \cdot \frac{6x^2}{2\sqrt{2x^3+1}}$$

$$\cdot (2)(\tan \sqrt{2x^3+1} \cdot \sec^2(\sqrt{2x^3+1})) \cdot \frac{6x^2}{2\sqrt{2x^3+1}}$$

$$\cdot -\csc^2(\tan^2 \sqrt{2x^3+1})$$

موقع واتاد
www.watad.me
موقع واتاد التعليمي

السؤال الثالث : -

$$a) 3y^2 = 4x^2 + xy$$

$$6y \frac{dy}{dx} = 8x + x \frac{dy}{dx} + y$$

نحو (-a|a)

$$6a \frac{dy}{dx} = -8a - a \frac{dy}{dx} + a$$

$$7a \frac{dy}{dx} = -7a \quad \frac{dy}{dx} = -1$$

$$b) \quad x = t^3 - 3t^2 + 1 \quad y = t^2 + 2$$

$$\frac{dx}{dt} = 3t^2 - 6t \quad \frac{dy}{dt} = 2t$$

$$\frac{dy}{dx} = \frac{dy}{dt} \times \frac{dt}{dx}$$

$$= \frac{2t}{3t^2 - 6t} = \frac{2}{3t - 6}$$

$$\frac{d^2y}{dx^2} = \frac{-2 \times 3}{(3t - 6)^2} \times \frac{dt}{dx}$$

$$= \frac{-6}{(3t - 6)^2} \times \frac{1}{3t^2 - 6t} \Rightarrow \frac{d^2y}{dx^2} \Big|_{t=1} = \frac{-6}{9 \times -3} = \frac{2}{9}$$

موقع واتاد التعليمي
www.watad.me

موقع واتاد التعليمي

c) $\frac{dv}{dt} = 2$

$h = 2r$

$\frac{dA}{dt} \Big|_{h=12}$ المطلوب

$A = \pi r l$

$l = \sqrt{h^2 + r^2}$

$A = \pi r \sqrt{h^2 + r^2}$

$A = \pi r \sqrt{4r^2 + r^2}$

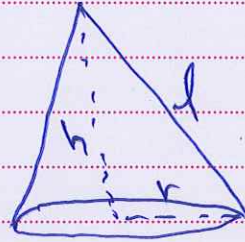
$A = \pi r \sqrt{5r^2}$

$A = \sqrt{5} \pi r^2$

$\frac{dA}{dt} = 2\pi r \frac{dr}{dt}$

$= 2\pi (6) \frac{1}{36\pi}$

$= \frac{2}{3} \text{ cm}^2/\text{s}$



$V = \frac{\pi}{3} r^2 h$

$V = \frac{\pi}{3} r^2 * 2r$

$V = \frac{2\pi}{3} r^3$

$\frac{dv}{dt} = 2\pi r^2 \frac{dr}{dt}$

عندما $h=12$

$r=6$

$2 = 2\pi (36) \frac{dr}{dt}$

$\frac{dr}{dt} = \frac{1}{36\pi}$

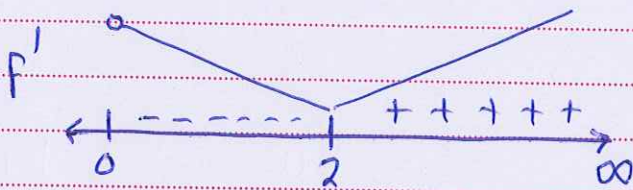
موضوع في
 حساب التفاضل
 سؤال الرابع

a) $F(x) = \frac{x^3}{3} - 8 \ln x$

ln x مجال
 $\rightarrow x > 0$

$$F'(x) = \frac{3x^2}{3} - \frac{8}{x} = x^2 - \frac{8}{x} = 0$$

$$x^2 = \frac{8}{x} \rightarrow x^3 = 8 \rightarrow \boxed{x=2}$$



$F(x)$ ناقص $\rightarrow (0, 2)$

$F(x)$ متزايد $(2, \infty)$

هنا $x=2$ هي نقطة (القيمة) الحرجة

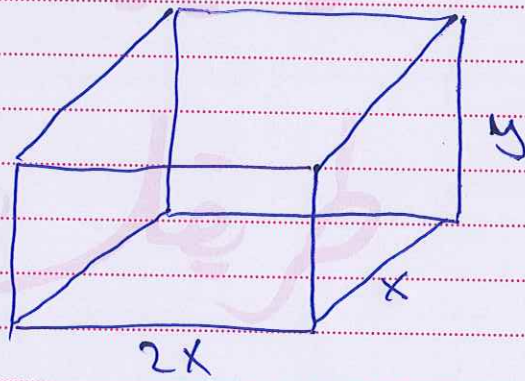
$$F(2) = \frac{8}{3} - 8 \ln 2$$

b)

$$v = l \cdot w \cdot h$$

$$v = 2x(x)y$$

$$v = 2x^2y$$



$$v = 2x^2 \left(\frac{1200 - x^2}{3x} \right)$$

$$A = 6xy + 2x^2$$

$$2400 = 6xy + 2x^2$$

$$v = \frac{2}{3} x (1200 - x^2)$$

$$1200 = 3xy + x^2$$

$$v = \frac{2}{3} (1200x - x^3)$$

$$\frac{1200 - x^2}{3x} = y$$

$$v' = \frac{2}{3} (1200 - 3x^2)$$

محمد كبيدي
مدرس - شاد
موقع واتاد التعليمي

تابع لسؤال الرابع

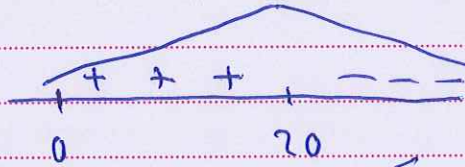
$$\sqrt{\quad} = 0 \Rightarrow 1200 - 3x^2 = 0$$

$$1200 = 3x^2$$

$$x^2 = 400$$

$$x = 20$$

$$x = -20 \text{ غير قابل}$$



تكون الحجم اكبر ما يكون عندما :

20 cm العرض
40 cm الطول

$$\frac{1200 - 400}{60} = \frac{40}{3}$$

مقدم كبريتي
ساحر شاد
صباح الاحسن

تابع اسؤال (الخمس)

$$\boxed{16} \quad z^3 + 3z^2 - 5z - 39 = 0$$

$$\begin{array}{cccc} z^3 & z^2 & z & z^0 \\ 1 & 3 & -5 & -39 \end{array}$$

الجزء الحقيقي الأول
بالجرب
 $z = 3$

$$\boxed{13} \quad \begin{array}{cccc} 1 & 3 & 18 & 39 \\ \hline 1 & 6 & 13 & 0 \end{array}$$

$$(z-3)(z^2 + 6z + 13) = 0$$

$$z^2 + 6z + 13 = 0 \quad \Rightarrow \quad z = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$$z = \frac{-6 \pm \sqrt{36 - 4(1)(13)}}{2}$$

$$z = \frac{-6 \pm \sqrt{-16}}{2}$$

$$z = \frac{-6 \pm 4i}{2}$$

$$z = -3 \pm 2i$$

الجزء ← جزئ حقيقي واحد
 $z = 3$

جزءان ~~مركبان~~ مركبان مترافقان
 $z = -3 \pm 2i$

محمد السيد
مساعد مشاد
مسئول التعليم

تابع لسؤال الخامس

١٥

دائرة مركزها (2 , 3)
نصف القطر $r=2$

$$|z - (a+ib)| = r$$

$$|z - (2+3i)| = 2$$

$$|z - 2 - 3i| = 2$$

المجموعة داخل والدائرة متحللة

$$|z - 2 - 3i| \leq 2$$

$$\theta = \frac{\pi}{4}$$

نقطة انطلاقا (2,2) ←
المسار من (2,2) إلى (3,3)

$$\theta = \frac{\pi}{2}$$

$$\text{Arg}(z - (a+ib)) = \theta$$

$$\frac{\pi}{4} \leq \text{Arg}(z - 2 - 2i) < \frac{\pi}{2}$$

إحداثيات زوايا (سواء عينه) -
تسوية الأول غير ب (3,3) (2,2)

$$\tan \theta = \frac{\Delta y}{\Delta x} = 1$$

$$\theta = \frac{\pi}{4}$$